

حل تمرینات ریاضی هشتم

فصل سوم :

چندضلعی ها

تهیه کننده : مهندس حسین آبادی

ارائه دهنده : سایت درس در خانه www.darsdarkhane.ir

برای هماهنگی جهت کلاس خصوصی درس ریاضی در مشهد با قالب های:

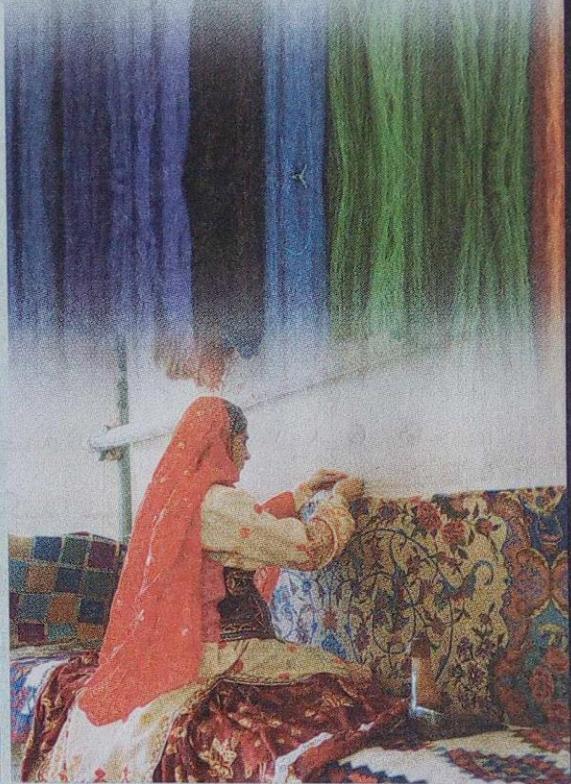
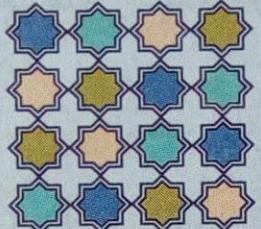
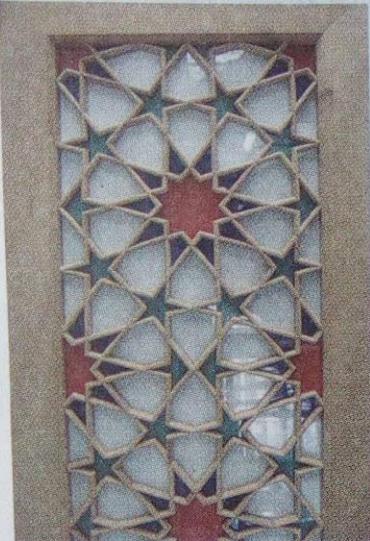
- تقویت ریاضی پایه
- رفع اشکال مسائل درسی
- آموزش کامل مفاهیم کتاب
- آموزش چگونگی حل تمرین ها
- آمادگی برای ورود به مدارس نمونه و تیزهوشان

با شماره تلفن ۰۹۳۵ ۱۴۹ ۲۳۶۸ با شماره تلفن ۰۹۳۵ ۱۴۹ ۲۳۶۸ تماس حاصل فرمایید.

۲

فصل

چند ضلعی ها



طی هزاران سال گذشته در آثار هنری گوشه و کنار کشور پر افتخار مان، نقش مؤثر استفاده از هندسه و شکل های هندسی و نیز مفاهیم مهم آن همچون انتقال، تقارن و دوران به وضوح قابل مشاهده است.

چندضلعی‌ها و تقارن

فعالیت

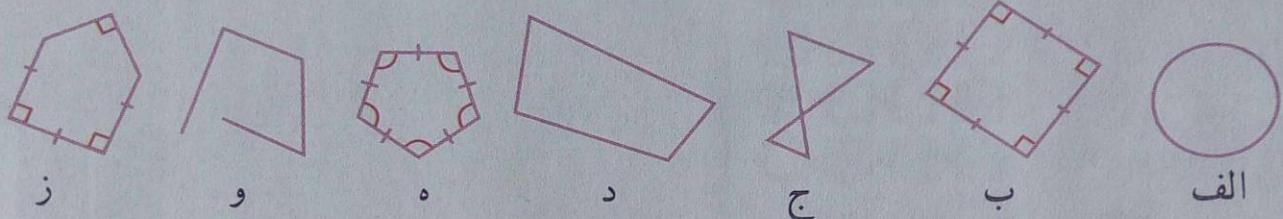


۱- در صفحه به هر خط شکسته بسته، چندضلعی گفته می‌شود به شرط اینکه ضلع‌ها یکدیگر را قطع نکنند؛ مگر در رأس‌ها که دو ضلع به هم می‌رسند.

شکل «ج» چندضلعی نیست؛ چون ضلع‌های آن یکدیگر را قطع کرده‌اند.

شکل «و» چندضلعی نیست؛ چرا؟ چون بسته نیست

شکل «الف» هم چندضلعی نیست؛ چرا؟ چون خط شکسته نیست



۲- اگر در یک چندضلعی همه ضلع‌ها با هم و همه زاویه‌ها با هم مساوی باشند، می‌گوییم آن چندضلعی منتظم است.

از میان شکل‌های بالا، کدام شکل‌ها چندضلعی منتظم‌اند؟ ب و ه

۳- یکی از شکل‌های بالا را انتخاب کنید؛ سپس درباره تعداد ضلع‌ها، زاویه‌ها، تساوی آنها و... توضیح دهید تا دوستان شکلی را پیدا کند که انتخاب کرده‌اید.

سپس به توضیحات دوستان گوش کنید و شکلی را پیدا کنید که او انتخاب کرده است.

کار در کلاس



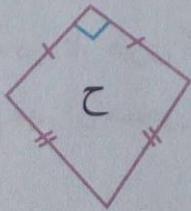
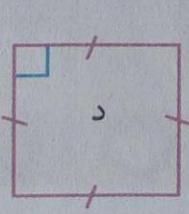
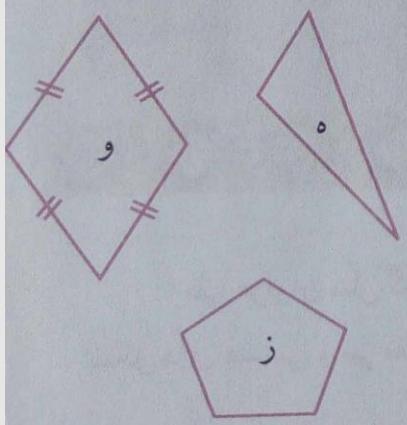
۱- هر یک از عبارت‌های زیر به کدام چندضلعی‌ها مربوط است؟

• پنج ضلعی غیرمنتظم \Leftarrow الف

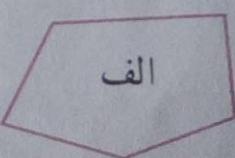
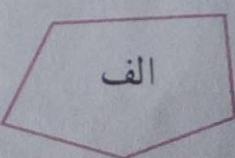
• چندضلعی منتظم \Leftarrow ب و ز

\Rightarrow لوزی با زاویه قائمه

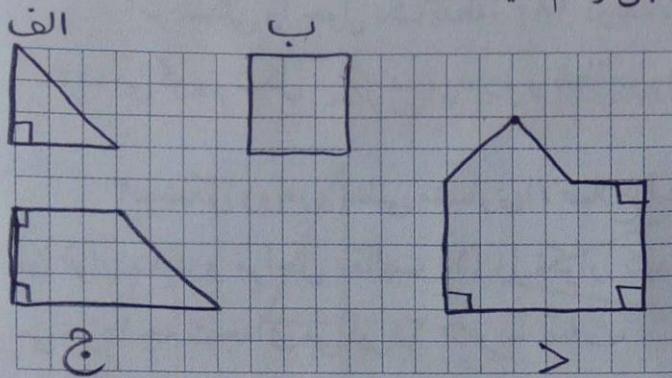
\Rightarrow مثلث با زاویه باز



تذکرہ: سُل ح لغزی نیست. چون همه افلاع آن با هم مساوی نیستند



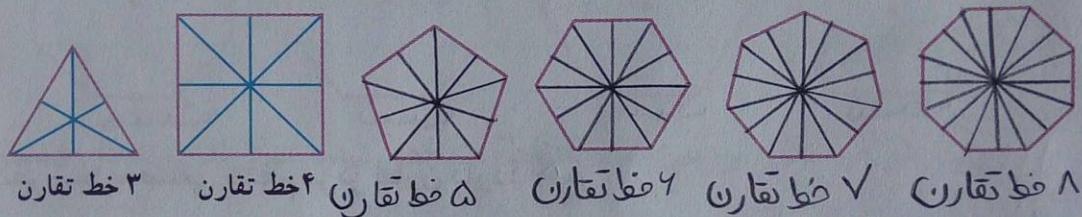
۲- چندضلعی های زیر را در صفحه شطرنجی رسم کنید.



- الف) یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین
- ب) مستطیلی با ضلع های مساوی
- ج) یک ذوزنقه قائم الزاویه
- د) یک شش ضلعی با دقیقاً سه زاویه قائم

۳- در سال گذشته با خط تقارن شکل آشنا شدید.

الف) تعداد خط های تقارن هر یک از چندضلعی های منتظم زیر را پیدا کنید.



۱ خط تقارن ۲ خط تقارن ۳ خط تقارن ۴ خط تقارن ۵ خط تقارن ۶ خط تقارن ۷ خط تقارن ۸ خط تقارن

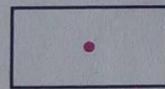
ب) به نظر شما نه ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟ ده ضلعی منتظم چطور؟ ۱۵ خط تقارن

۹ خط تقارن

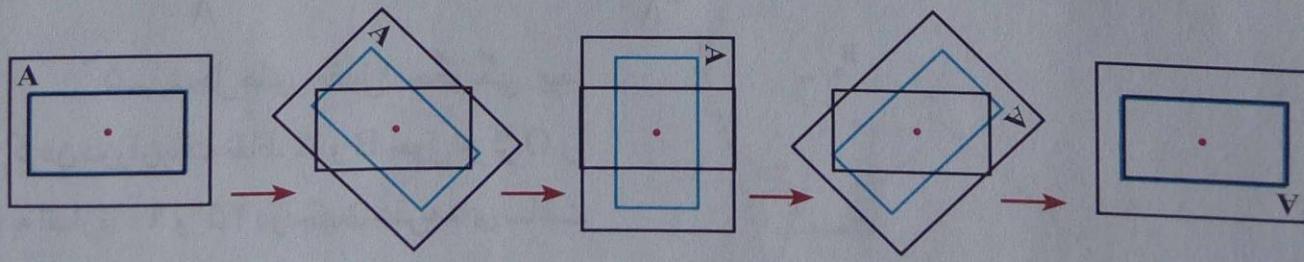
فعالیت



۱- یک ورق کاغذ پوستی روی مستطیل رو به رو قرار دهید
و تصویر مستطیل را روی آن رسم کنید.



نوک مدادتان را روی مرکز دوران بگذارید و مانند شکل های زیر،
کاغذ پوستی را 180° درجه حول مرکز دوران بچرخانید.



بعد از 45° درجه چرخش بعد از 90° درجه چرخش بعد از 135° درجه چرخش بعد از 180° درجه چرخش

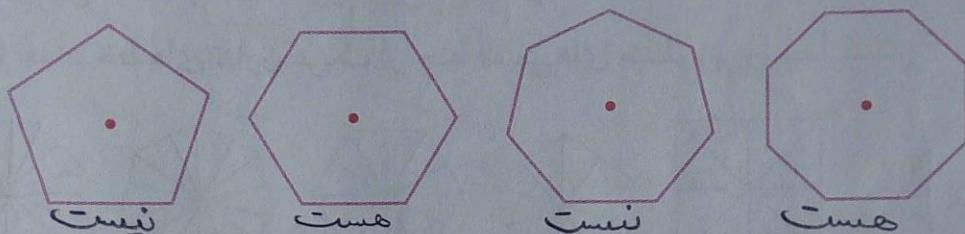
آیا تصویر، روی شکل منطبق می شود؟ بله

اگر شکلی را حول یک نقطه، 180° درجه دوران دهیم و نتیجه دوران، روی خودش منطبق شود، می‌گوییم شکل **مرکز تقارن** دارد و نقطهٔ مورد نظر، مرکز تقارن شکل است.



۲- شکل رو به رو مثلثی متساوی‌الاضلاع است. یک ورق کاغذ پوستی روی آن قرار دهید و مراحل فعالیت (۱) را تکرار کنید. آیا تصویر، روی شکل منطبق می‌شود؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ **خبر**- مُثُلث متساوی‌الاضلاع **مرکز تقارن** ندارد.

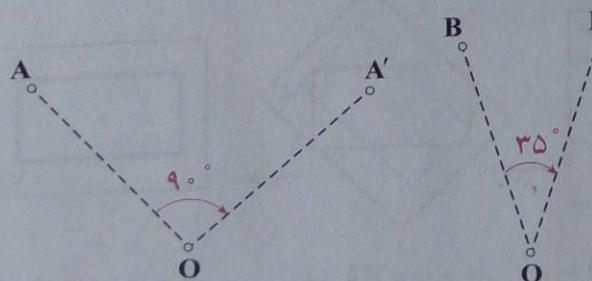
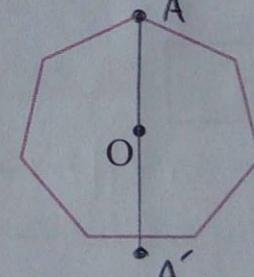
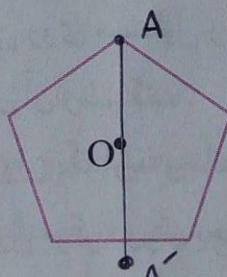
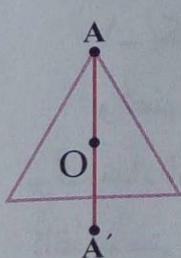
۳- در کدام یک از چندضلعی‌های منتظم زیر، نقطهٔ مشخص شده مرکز تقارن است؟



به نظر شما نه ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد؟ **خبر**

ده ضلعی منتظم چطور؟ از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ بله دارد. در چندضلعی‌های منتظم فقط آن‌ها که تعداد اضلاع **شانزده** زوج باشد، مرکز تقارن دارند.

۴- یکی از راه‌های تشخیص اینکه نقطه O در مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن نیست، این است که می‌توان روی شکل، نقطه‌ای پیدا کرد که قرینه آن نسبت به نقطه O روی خود شکل قرار نگرفته باشد. مانند نمونه، نشان دهید که نقطه O در دو شکل دیگر هم، مرکز تقارن نیست.



۵- شکل‌های مقابل چگونگی پیدا کردن دوران یافته نقاط A و B حول مرکز O را به اندازه 90° و 35° در جهت عقربه‌های ساعت نشان می‌دهد.

کدام یک از شکل‌های فعالیت (۳) با

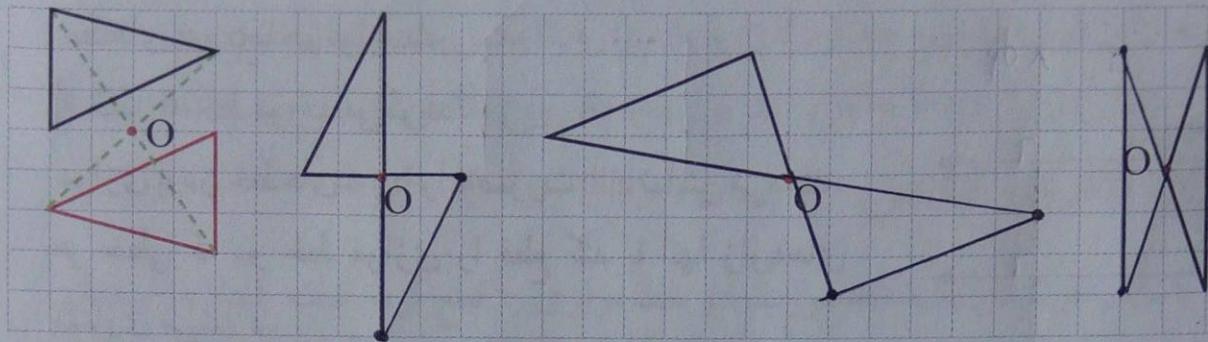
دوران 90° حول نقطهٔ مشخص شده در جهت عقربه‌های ساعت روی خودش می‌افتد؟

هست **منتظم**

کار در کلاس



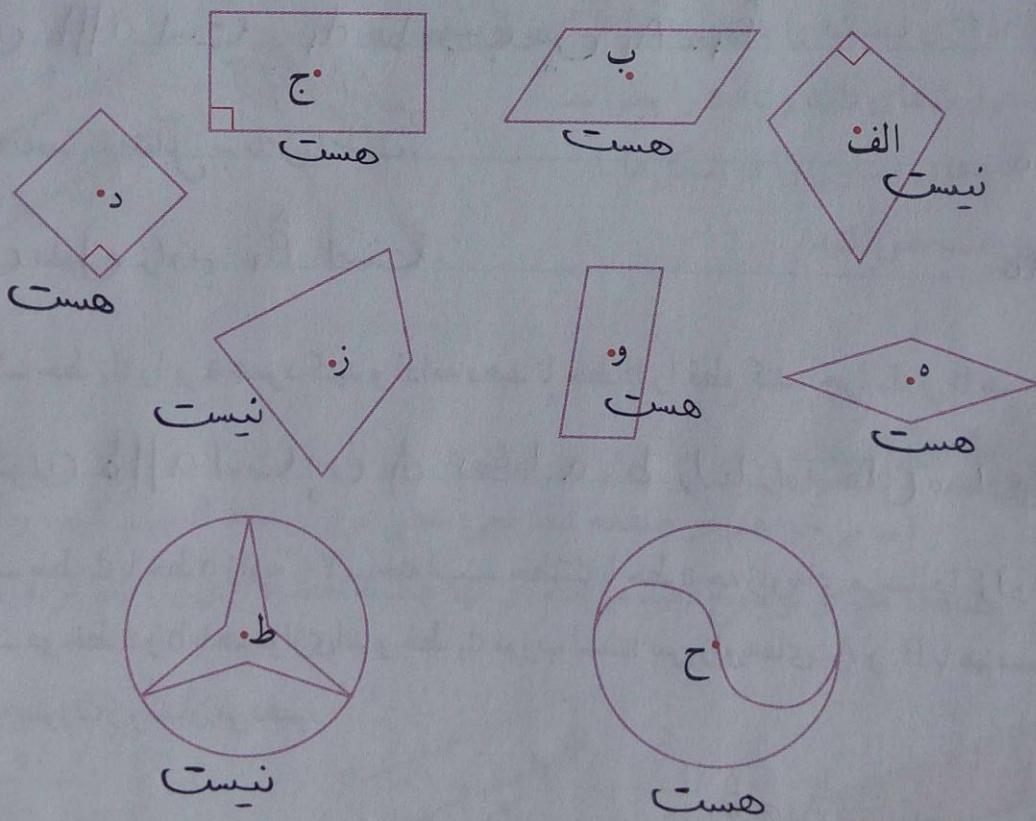
مانند نمونه هر شکل را طوری کامل کنید که نقطه O مرکز تقارن باشد.



تمرین

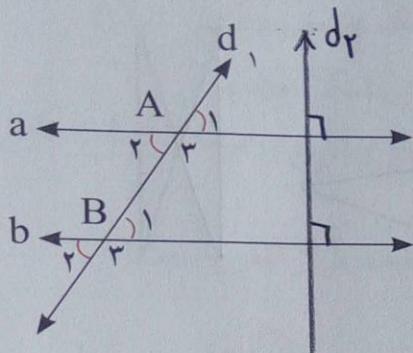


در هر شکل، بررسی کنید که نقطه مشخص شده، مرکز تقارن شکل هست یا نه.





۵- اگر خطی مانند d_1 ، خطوط a و b را مانند شکل با زاویه‌های مساوی قطع کرده باشد، خط‌های a و b با هم موازیند.



به خط d_1 خط مورب می‌گویند.
موازی بودن خط‌های a و b را به صورت $a \parallel b$ نمایش می‌دهند.
هر خطی که دو خط موازی را قطع کند با آنها زاویه‌های مساوی می‌سازد.

۱- اگر $\hat{A}_1 = 60^\circ$ باشد، زاویه‌های خواسته شده را

پیدا کنید و راه حل خود را توضیح دهید.

$$\hat{A}_2 = 120^\circ$$

چون مکمل زاویه A_1 است.

$$\hat{B}_1 = 30^\circ$$

چون $a \parallel b$ است، d_1 خط مورب پس $\hat{B}_1 = \hat{A}_1$

$$\hat{B}_2 = 30^\circ$$

چون با زاویه B_1 متقابل به رأس است.

$$\hat{B}_3 = 120^\circ$$

چون مکمل زاویه B_1 است.

۲- خط d_1 را بر a عمود کنید و ادامه دهید تا خط b را قطع کند. چرا d_1 بر b هم عمود است؟

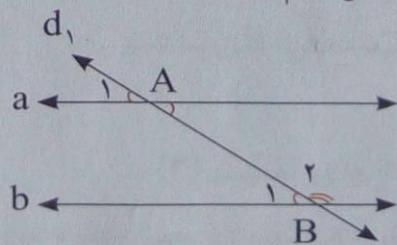
چون $a \parallel b$ است d_1 دو خط a و b را با زاویه‌های مساوی قطع می‌کند.

۳- خط d_1 با خط b زاویه 70° ساخته است. خط d_1 با خط a چه زاویه‌ای می‌سازد؟ زاویه 70°

۴- دو خط a و b با هم موازی‌اند و خط d_1 مورب است؛ پس زاویه‌های A_1 و B_1 با هم مساوی‌اند. این

مطلوب را به صورت زیر نشان می‌دهیم.

$$(a \parallel b) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1$$



$\begin{cases} \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 180 \\ \hat{B}_1 = \hat{A}_1 \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ$ چرا A_1 و B_2 مکمل‌اند؟
 اگر خط a را روی صفحه انتقال دهیم تا روی خط b قرار گیرد و نقطه A روی B بیفتد، زاویه A_1 روی کدام زاویه قرار می‌گیرد؟ روی زاویه B_2 یعنی \hat{B}_2 است.

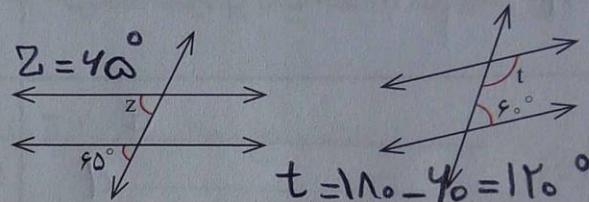
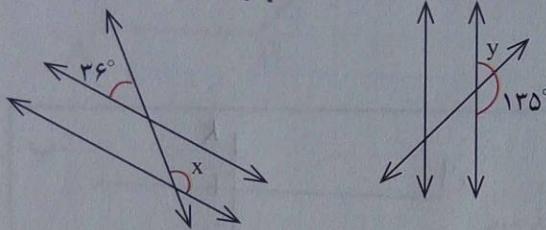
چگونه از این طریق می‌توان توجیه کرد که زاویه A_1 و زاویه B_2 مکمل یکدیگرند؟ توضیح دهد.

چون \hat{B}_2 مکمل‌اند و زاویه A_1 روی B_2 است، هم با A_1 مکمل است.

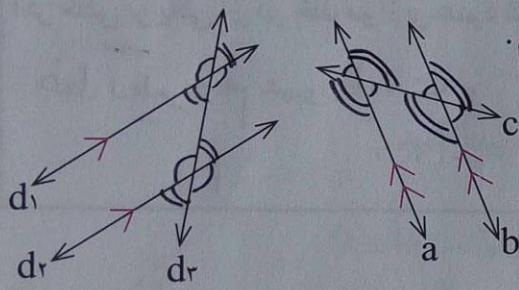
کار در کلاس



۱- در هر شکل یک خط مورب، دو خط موازی را قطع کرده است. اندازه زاویه‌های $x = 180 - 34 = 146^\circ$ و $y = 180 - 135 = 45^\circ$ مجھول را به دست آورید.



۲- موازی بودن دو خط را مانند شکل با علامت گذاری آنها مشخص می‌کنیم. عبارت «خط d با خط d' موازی نیست» را به صورت $d \nparallel d'$ می‌نویسیم.
 الف) عبارت‌های $a \parallel b$ و $a \parallel c$ را بخوانید.

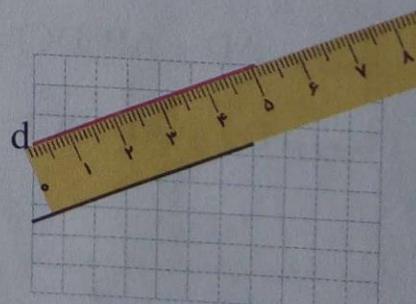
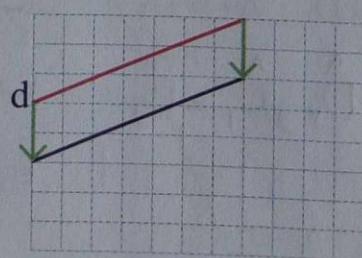
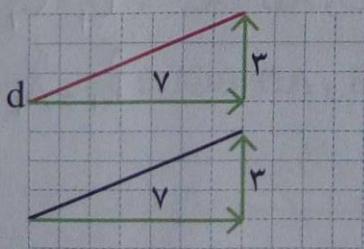


ب) زاویه‌های مساوی را در شکل‌ها با علامت گذاری مشخص کنید.

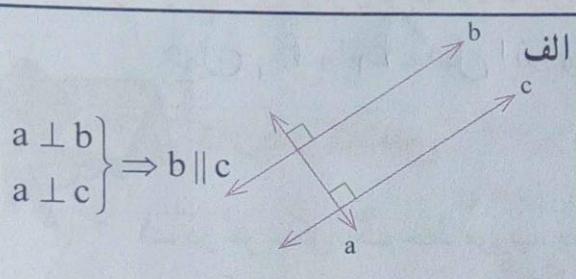
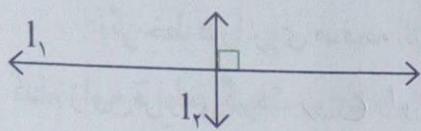
فعالیت



۱- می‌خواهیم در صفحه شطرنجی خطی موازی خط d رسم کنیم. راه حل سه دانش‌آموز را مشاهده کنید و توضیح دهید هر کدام از آنها چگونه خط موازی را رسم کرده است.

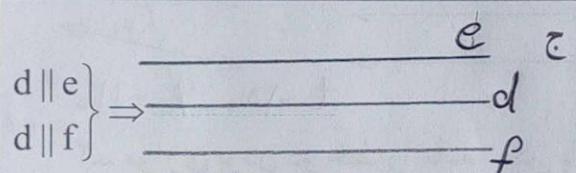


۲- عمود بودن دو خط را با علامت گذاری آنها مشخص می‌کنیم و عبارت «خط l_1 بر خط l_2 عمود است» را به صورت $l_1 \perp l_2$ می‌نویسیم.

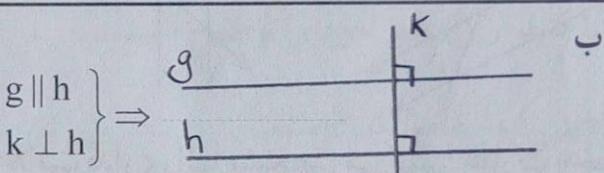


دو خط عمود بر یک خط باهم موازی‌اند

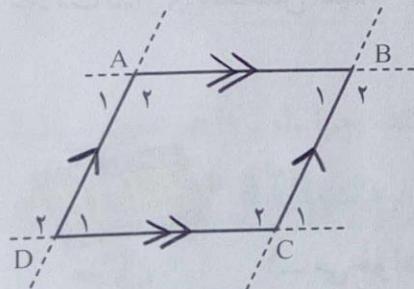
مانند نمونه برای هر کدام شکل بکشید و جاهای خالی را پر کنید.



دو خط موازی با یک خط باهم موازی‌اند.



اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود شود بر خط ریز هم عمود است.



۳- در هر متوازی الاضلاع، ضلع‌های رو به رو باهم موازی‌اند. چهارضلعی ABCD یک متوازی الاضلاع است.

الف) ضلع‌های موازی را با علامت گذاری مشخص کنید.

ب) جاهای خالی را در رابطه‌های زیر کامل کنید.

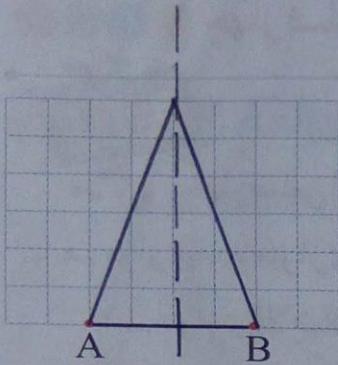
$$(AB \parallel DC) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1, \hat{A}_2 = \hat{D}_2 \quad \text{و } AD \text{ مورب}$$

$$(AD \parallel BC) \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{D}_2, \hat{C}_2 = \hat{D}_1 \quad \text{و } DC \text{ مورب}$$

$$(AB \parallel DC) \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1, \hat{B}_2 = \hat{C}_2 \quad \text{و } BC \text{ مورب}$$

$$(AD \parallel BC) \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A}_1, \hat{B}_2 = \hat{A}_2 \quad \text{و } AB \text{ مورب}$$

کار در کلاس



۱-الف) یک مثلث متساوی الساقین بکشید؛ طوری که پاره خط AB قاعده آن باشد. پاسخ خود را با پاسخ های دوستانتان مقایسه کنید.

ب) خط تقارن مثلث را رسم کنید.

ج) آیا دو زاویه مجاور قاعده با هم برابرند؟ بله

د) آیا خط تقارن، عمود منصف قاعده و نیمساز زاویه مقابل آن است؟ بله

۲- متوالی اضلاعی رسم کنید که نقاط A، B،

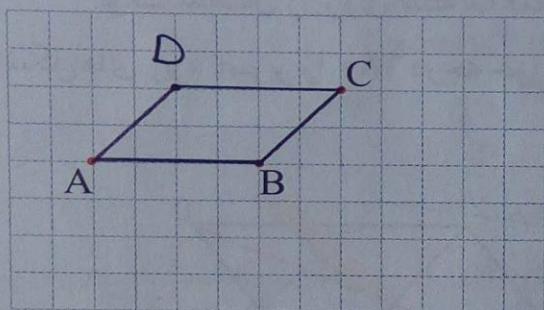
و C سه تا از رأس های آن باشند.

پاسخ خود را با پاسخ های دوستانتان مقایسه

کنید.

برای این سؤال چند پاسخ مختلف می توانید پیدا

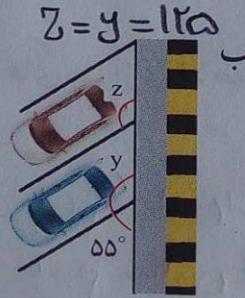
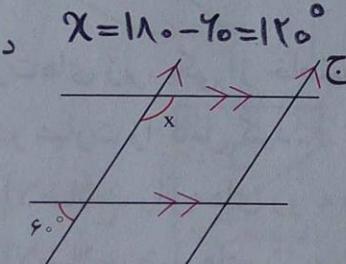
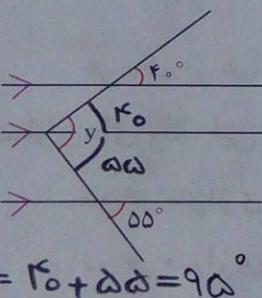
کنید؟



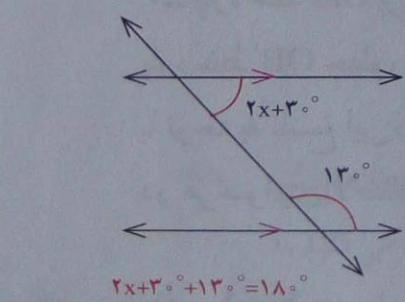
تمرین

۱- در هر قسمت، اندازه زاویه مجهول را پیدا کنید.

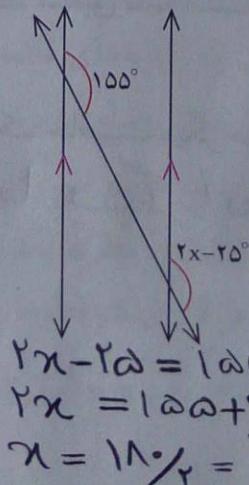
$$y = 180 - 55 = 125$$



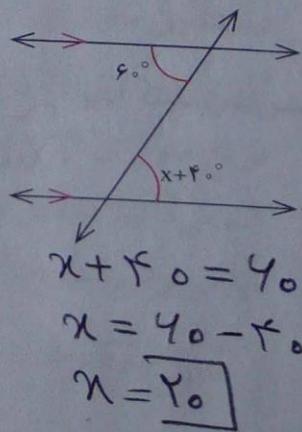
۲- مانند نمونه با تشکیل معادله، مقدار x را پیدا کنید.



$$\begin{aligned} 3y &= 180 - 30 - 130 \\ 3y &= 20 \\ y &= \frac{20}{3} = 10 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 2x - 25 &= 130 \\ 2x &= 155 + 25 = 180 \\ x &= 180 / 2 = 90 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x + 40 &= 40 \\ x &= 40 - 40 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

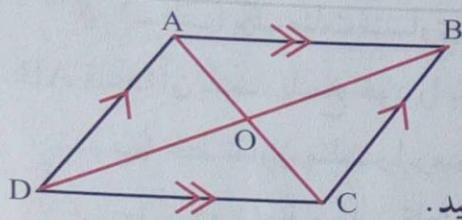
چهارضلعی‌ها

فعالیت



۵-

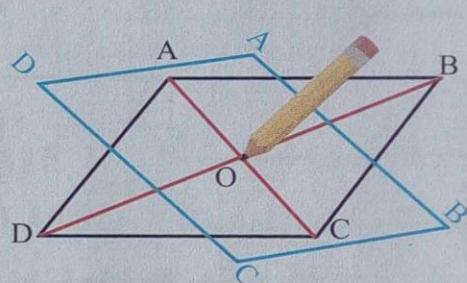
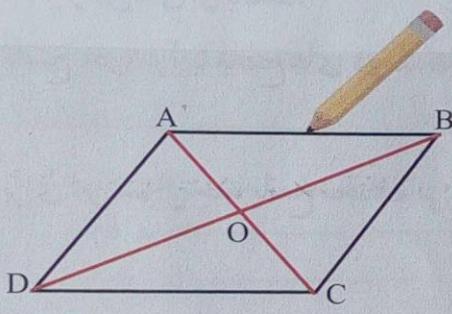
چهارضلعی‌ای که ضلع‌های رو به روی آن دو به دو با هم موازی‌اند، متوازی‌الاضلاع نام دارد.



۱- متوازی‌الاضلاع را رسم، و مانند شکل نام‌گذاری کنید.

یک ورق کاغذ پوستی روی آن بگذارید و تصویر متوازی‌الاضلاع را رسم کنید.

نوک مدادتان را روی نقطه O (محل برخورد قطرها و مرکز تقارن شکل) قرار دهید و مانند شکل‌های زیر، تصویر را 180° درجه حول این نقطه بچرخانید تا بر شکل منطبق شود.



۲- با توجه به انطباق شکل و تصویر، تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\hat{A} = \hat{C}$$

$$\hat{B} = \hat{D}$$

$$\overline{AB} = \overline{CD}$$

$$\overline{BC} = \overline{AD}$$

هر یک از عبارت‌های زیر، یکی از خصیت‌های متوازی‌الاضلاع را بیان می‌کند. با توجه به تساوی‌های بالا، این دو عبارت را کامل کنید.

در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های رو به رو با هم مساوی‌اند.

در هر متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های رو به رو با هم مساوی‌اند.

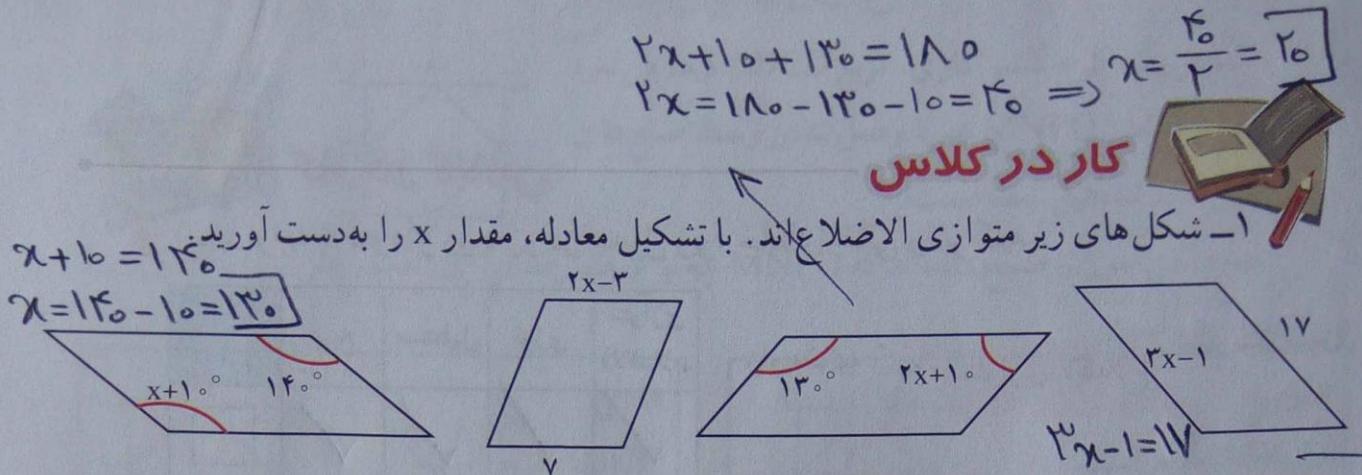
در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های مجاور متمم‌یک‌دیگرند.

۳- پاره خط OA بر کدام پاره خط منطبق شده است؟ بر \overline{OC}

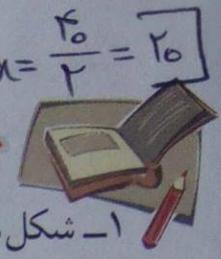
پاره خط OB چطور؟ بر \overline{OD}

با توجه به پاسخ این دو پرسش، یک خاصیت دیگر متوازی‌الاضلاع را پیدا کنید و بنویسید.

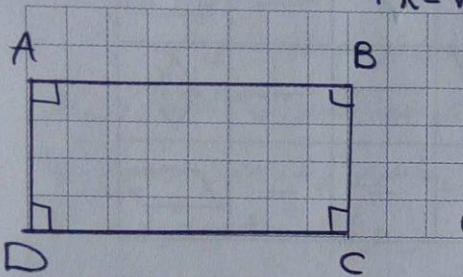
در هر متوازی‌الاضلاع، قطرها یک‌دیگر را تقسیم می‌کنند.



کار در کلاس



- ۱- شکل های زیر متوازی الاضلاع اند. با تشکیل معادله، مقدار x را به دست آورید.
- $$x+10 = 120 \Rightarrow x = 120 - 10 = 110$$
- ۲- در صفحه شطرنجی متوازی الاضلاعی رسم کنید که یکی از زاویه های قائمه 90° درجه) باشد.
- چون زاویه های رو برو باهم مساوی و زاویه های

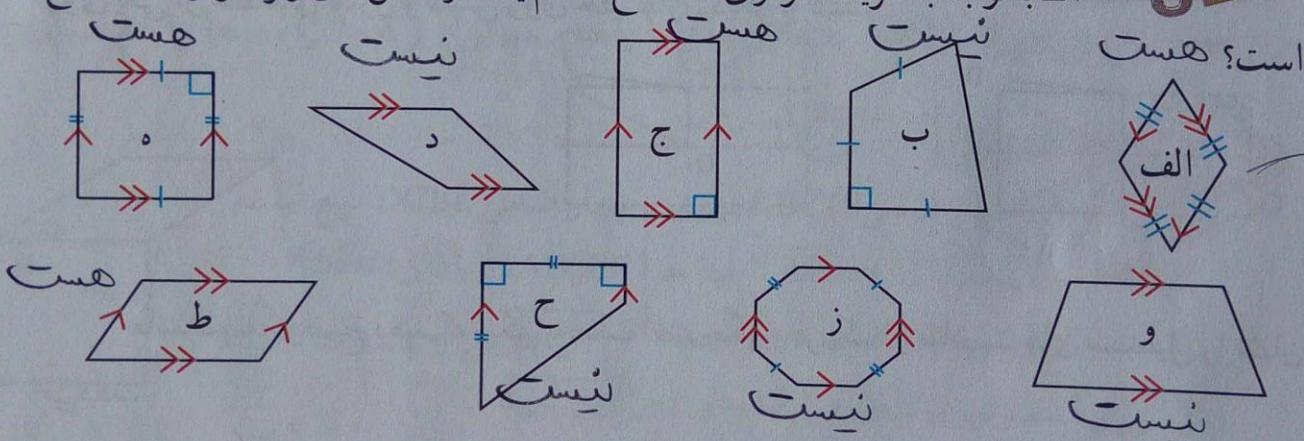


مجاور مململ هم اند

فعالیت



- ۱- با توجه به تعریف متوازی الاضلاع، کدام یک از شکل های زیر متوازی الاضلاع



- ۲- در اینجا چند چهارضلعی دیگر هم تعریف شده است. هر تعریف را بخوانید و از میان چهارضلعی های فعالیت قبل، مثال هایی برای هر یک پیدا کنید.

مستطیل متوازی الاضلاعی است که زاویه های قائمه دارد.

لوزی متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع آن برابرد. الف

مربع متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع مساوی و زاویه های قائمه دارد. هـ

۳- می دانیم که «در هر متوازی الاضلاع، قطرها یکدیگر را نصف می کنند».

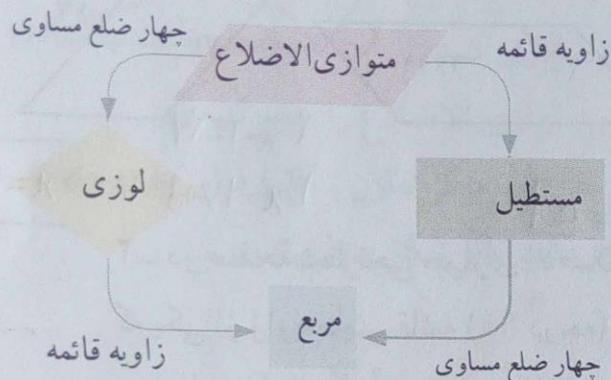
آیا می توانیم نتیجه بگیریم که «در هر لوزی هم قطرها یکدیگر را نصف می کنند»؟ چرا؟ بله چون

طبق تعریف، لغزی هم بـ متوازی الاضلاع است.

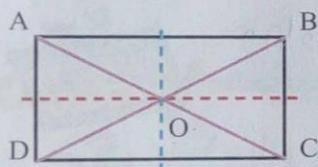
کار در کلاس



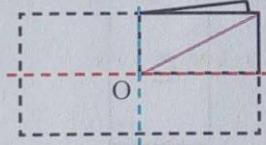
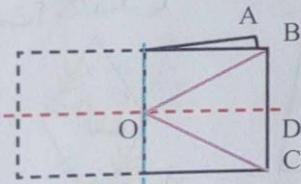
۱- با توجه به نمودار رو به رو در جدول زیر، جاهای خالی را پر کنید.



متوازی الاضلاع	لوزی	مستطیل	مربع	
✓	✓	✓	✓	
✓	—	✓	—	
✓	✓	—	—	
✓	—	—	—	



۲- روی یک ورق کاغذ، مستطیلی به دلخواه رسم کنید و دور آن را بیرید. مستطیل را مانند شکل نام‌گذاری کنید؛ سپس آن را ابتدا روی یکی از خط‌های تقارن و سپس روی خط تقارن دیگر تا کنید.



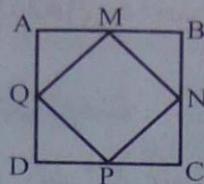
مانند نمونه، توضیح دهید که شکل به دست آمده چگونه هر یک از خصیت‌های مستطیل را نشان

می‌دهد.

● در مستطیل قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند؛ چون $OA = OC$ و $OB = OD$ فراگرفته است.

- الف) همه زاویه‌ها در مستطیل باهم برابرند؛ چون $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}$ و هم قرار گرفته است.
- ب) ضلع‌های رو به رو در مستطیل مساوی‌اند؛ چون $AD = BC$ و $AB = CD$ افتاده.
- ج) قطرها در مستطیل باهم برابرند؛ چون $OA = OB = OC = OD$ و هم افتاده‌اند.

لوزی \Rightarrow $AB \parallel DC$ ایات ب) مربع $\Rightarrow EF \parallel DC \parallel AB \parallel EF$ در لوزی $\overline{AD} = \overline{DC}$ در مربع $\overline{CE} = \overline{DC}$ $\Rightarrow \overline{AD} = \overline{CE}$



دو دانش آموز توضیح داده اند که $MNPQ$ چه نوع چهارضلعی ای است. نظر این دو دانش آموز در اینجا آمده است.

هادی

$ABCD$ مربع است.

این مربع را روی دو قطر آن، که محور تقارن نیز هستند، تا می کنیم.

همه زاویه های چهارضلعی $MNPQ$ روی هم می افتد؛ پس با هم برابرند. چون مجموع آنها 360° است؛ پس هر کدام 90° می شوند.

درنتیجه این چهارضلعی مستطیل است.

مبین

$ABCD$ مربع است.

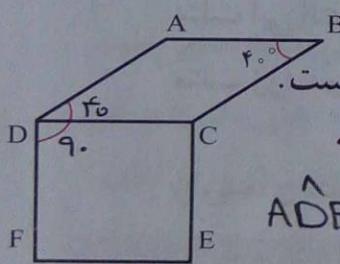
این مربع را روی دو خط تقارنی، که موازی ضلع های آن هستند، تا می کنیم.

همه ضلع های چهارضلعی $MNPQ$ روی هم می افتد.

پس، این چهارضلعی لوزی است.

دلایل هر دو را بخوانید و توضیح دهید که چگونه به کمک این دو نوشته می توانیم نتیجه بگیریم که $MNPQ$ مربع است. چون در همه چهارضلعها با هم مساوی و همه زاویه ها با هم مساوی اند

تمرین سیم مربع است.



۱- چهارضلعی $ABCD$ لوزی و چهارضلعی $DCEF$ مربع است.

الف) چرا $\overline{AD} = \overline{CE}$ ؟ ب) چرا $AB \parallel EF$ ؟ با لای اینقدر

$$\hat{ADF} = 90 + 45 = 135^\circ$$

ج) زاویه ADF چند درجه است؟

۲- روی کاغذ، لوزی دلخواهی بکشید و دور آن را ببرید.



این لوزی کاغذی را روی دو خط تقارنش تا کنید. به کمک شکل به دست آمده چه نتایجی در

موردنظر قطراهای لوزی به دست می آید. زاویه های رو به رو با هم مساوی اند و **قطراهای دو راسی** هستند.

۳- وسط ضلع های یک مستطیل را به ترتیب به هم وصل می کنیم. چهارضلعی به دست آمده چه نوع چهارضلعی ای است؟ دلیل خود را توضیح دهید. **لوزی**

۴- درستی یا نادرستی هریک از جمله های زیر را بررسی کنید.

الف) قطرهای هر مستطیل با هم مساوی اند. (درست) ب) قطرهای هر لوزی با هم مساوی اند. نادرست

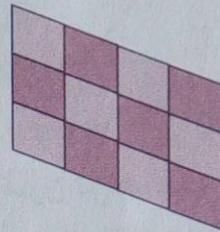
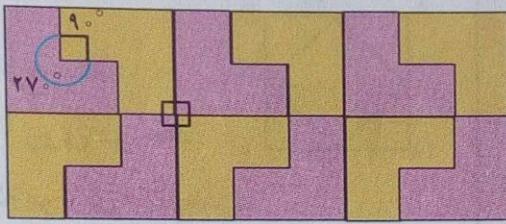
ج) قطرهای هر مستطیل بر هم عمودند. نادرست د) قطرهای هر لوزی بر هم عمودند. (درست)

زاویه‌های داخلی

فعالیت

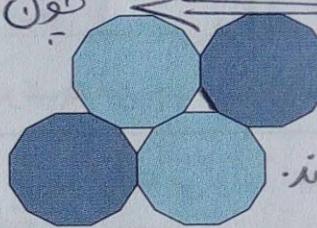
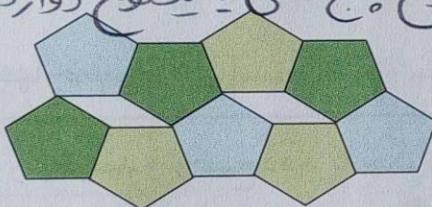


۱- در کاشی کاری، کاشی ها را طوری کنار هم قرار می دهند که روی هم نیفتد و جای خالی هم بین آنها نباشد. در اینجا چند نمونه کاشی کاری را مشاهده می کنید که هر کدام تنها با یک نوع کاشی انجام شده است.



حالا به شکل های زیر توجه کنید. در هر مورد توضیح دهید، چرا کاشی کاری با یک نوع کاشی انجام نمی شود؟

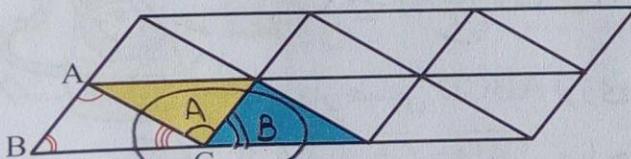
چون با یک نوع پنجضلعی یا یکنوع دوازدهضلعی فنازی هایی بین آنها باقی ماند.



۲- سطح زیر با مثلث هایی هم نهشت با مثلث ABC کاشی کاری شده است.

مثلث آبی انتقال یافته مثلث ABC است،

مثلث زرد دوران یافته مثلث ABC است.



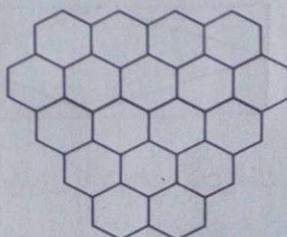
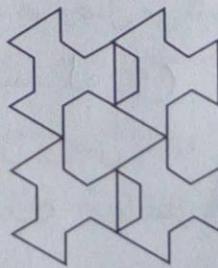
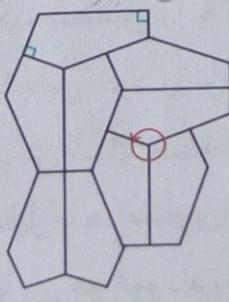
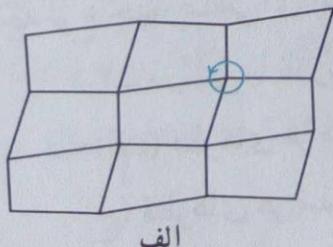
زاویه های متناظر با هر یک از زاویه های مثلث ABC را در این دو مثلث مشخص کنید.

در کاشی کاری بالا، قسمتی را که نشان می دهد $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ پیدا کنید.

کار در کلاس



در کدام شکل، کاشی کاری با یک نوع کاشی انجام نشده است؟



الف

ب

ج

د

فعالیت



زاویه‌هایی که درون یک چندضلعی قرار دارند، زاویه‌های داخلی آن چندضلعی نامیده می‌شوند. مجموع زاویه‌های داخلی یک مثلث 180° درجه است.

تعداد ضلع‌ها	۳	۴	۵	۶
شکل				
تعداد مثلث‌ها	۱	۲		
مجموع زاویه‌های داخلی	$1 \times 180^\circ = 180^\circ$	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$	$3 \times 180^\circ = 540^\circ$	$4 \times 180^\circ = 720^\circ$

جدول بالا نشان می‌دهد که مجموع زاویه‌های داخلی یک چهارضلعی با مجموع زاویه‌های داخلی دو تا مثلث برابر است؛ پس مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی 360° می‌شود.

الف) با کامل کردن جدول، مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی‌های دیگر را به دست آورید.

ب) فکر می‌کنید مجموع زاویه‌های داخلی یک هفت‌ضلعی چند درجه است؟ $5 \times 180^\circ = 900^\circ$ یک هشت‌ضلعی چطور؟ چرا؟ $6 \times 180^\circ = 1080^\circ$

ج) عبارت جبری زیر را طوری کامل کنید که نشان‌دهنده مجموع زاویه‌های داخلی یک n -ضلعی باشد.

$$(n-2) \times 180^\circ = \text{مجموع زاویه‌های داخلی یک } n\text{-ضلعی}$$

اکنون با کامل کردن جدول زیر اندازه هر یک از زاویه‌های داخلی چندضلعی‌های منتظم را پیدا کنید.

تعداد ضلع‌ها	مجموع زاویه‌های داخلی	اندازه هر زاویه
۳	180°	$\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$
۴	360°	$\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$
۵	540°	$\frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$
۶	720°	$\frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$

یک عبارت جبری بنویسید که نشان‌دهنده اندازه هر یک از زاویه‌های یک n -ضلعی منتظم باشد.

$$\text{هر زاویه داخلی یک } n\text{-ضلعی منتظم} = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

کار در کلاس



۱- مجموع زاویه‌های هر یک از چندضلعی‌های زیر را محاسبه کنید.

ب) دوازده ضلعی منتظم

$$(12-2) \times 180 = 1800$$

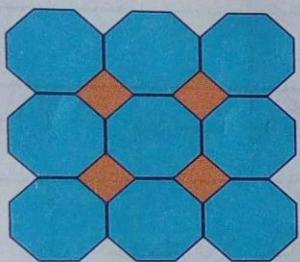
الف) هفت ضلعی منتظم

$$(7-2) \times 180 = 900$$

۲- به کمک جواب قسمت (ب) سؤال قبل، اندازه هر یک از زاویه‌های دوازده ضلعی منتظم

$$\frac{1800}{12} = 150$$

را حساب کنید.



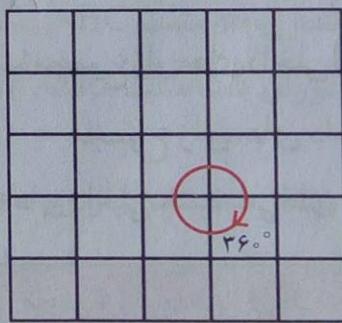
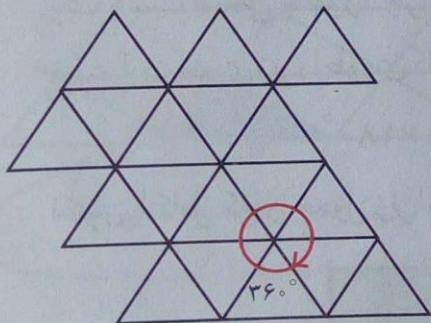
۳- سطح رو به رو با دو نوع کاشی منتظم، کاشی کاری شده است.

اندازه زاویه‌های هر دو نوع کاشی را محاسبه کنید.

$$\frac{(4-2) \times 180}{4} = \frac{720}{4} = 180$$

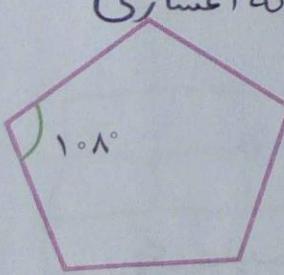
۹۰ ° مربع

۴- کاشی‌هایی به شکل چندضلعی‌های منتظم داریم و می‌خواهیم سطحی را فقط با یک نوع از آنها کاشی کاری کنیم. شکل‌های زیر نشان می‌دهند که با سه ضلعی و چهارضلعی منتظم (یعنی مثلث متساوی‌الاضلاع و مربع) می‌توان کاشی کاری کرد.

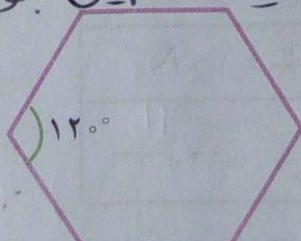


یک نوع کاشی منتظم دیگر پیدا کنید که با آن بتوان کاشی کاری کرد. باید حاصل تقسیم

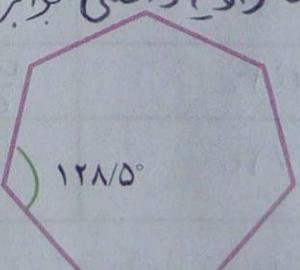
۳۶۰ بر اندازه زاویه داخلی برابر با یک عدد طبیعی بشود نه اعشاری



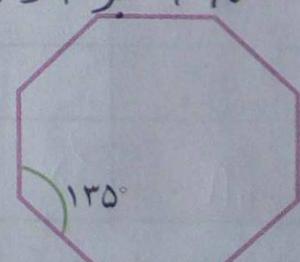
$$\frac{360}{108} = 3,3 \quad \text{X}$$



$$\frac{360}{120} = 3 \quad \checkmark$$



$$\frac{360}{135} = 2,18 \quad \text{X}$$



$$\frac{360}{135} = 2,16 \quad \text{X}$$

۴۴

پس با سه ضلعی منتظم به ترتیبی می‌توان کاشی کاری کرد.

تمرین



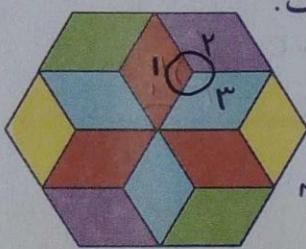
۱- اندازه هر یک از زاویه های یک بیست ضلعی منتظم را پیدا کنید.

$$\frac{180 \times 180}{20} = \frac{180 \times 180}{20} = 162 = \text{هر زاویه}$$

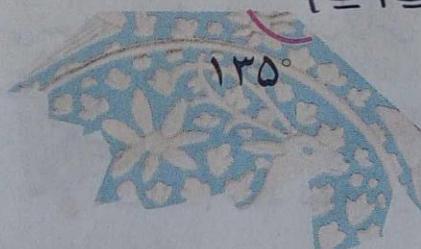
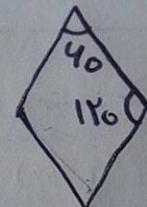
۲- در کاشی کاری رو به رو تنها یک نوع کاشی به کار رفته است.

الف) این کاشی چه نوع چهارضلعی ای است؟ لوزی

ب) اندازه هر یک از زاویه های آن چقدر است؟



$$\begin{aligned} 1+2+3 &= 340 \\ 1 &= 2 = 3 \end{aligned} \Rightarrow 1 = \frac{340}{3} = 120^\circ$$



۳- شکل رو به رو قسمتی از یک بشقاب قدیمی است.

حدس می زند این بشقاب چندضلعی بوده است؟ چرا؟

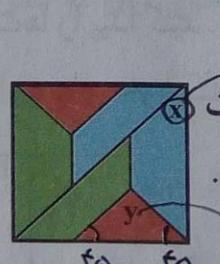
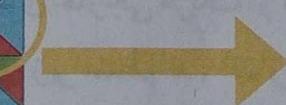
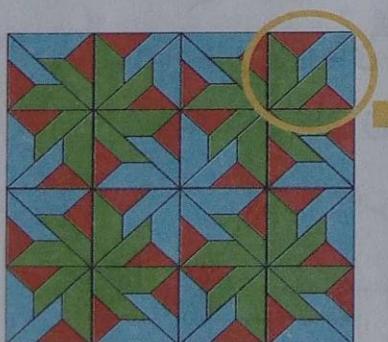
هشت ضلعی منتظم - با توجه به سُل های هفت

قبل اندازه هر زاویه داخلی در هشت ضلعی منتظم برابر با 135° است

۴- به کاشی کاری زیر توجه کنید. این کاشی کاری با سه نوع کاشی مختلف انجام شده است.

شکل سمت راست، قسمتی از این طرح را به صورت بزرگ تر نمایش داده است. اندازه

زاویه های مشخص شده را به دست آورید.



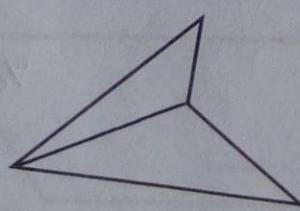
$$x = 45^\circ$$

شکل سمت راست مربع است

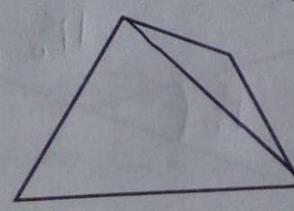
و کاشی ها متساوی الساقین هستند.

$$y = 90^\circ$$

۵- مجموع زاویه های داخلی هر شکل را به دست آورید و با هم مقایسه کنید.



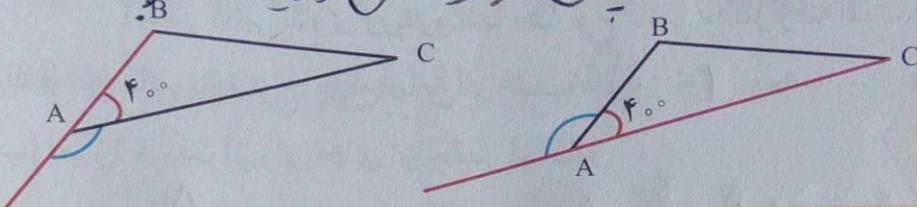
$$2 \times 180 = 360$$



$$2 \times 180 = 360$$



۵ در شکل سمت چپ، زاویه خارجی رأس A از مثلث ABC از امتداد یافتن ضلع AB تشکیل شده است. در شکل سمت راست، زاویه خارجی رأس A از امتداد یافتن ضلع AC تشکیل شده است. چرا این دو زاویه مساوی‌اند؟ چون هر دو ململ زاویه 40° دارند هستند.



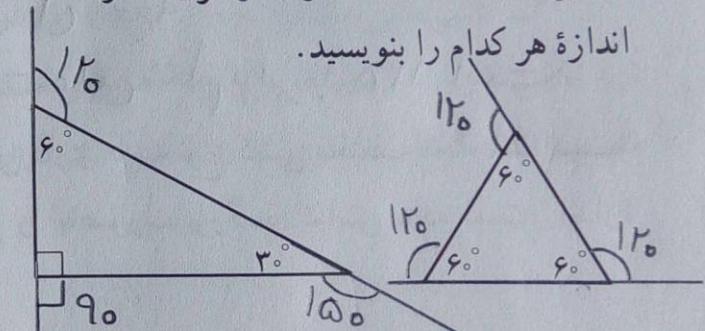
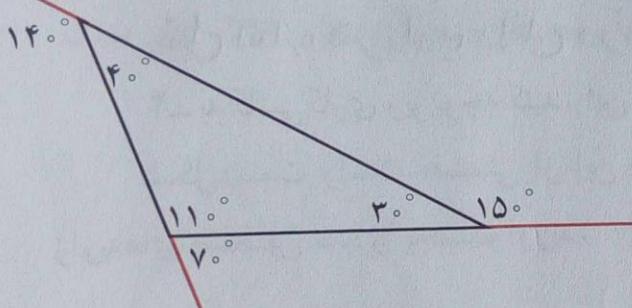
زاویه‌ای که در هر رأس یک چند ضلعی محدب، بین یک ضلع و امتداد ضلع دیگر تشکیل می‌شود، زاویه خارجی آن رأس نامیده می‌شود.

کار در کلاس

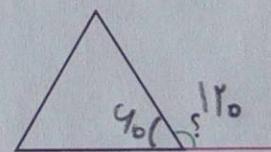
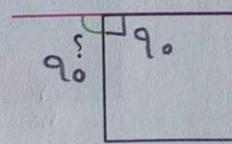
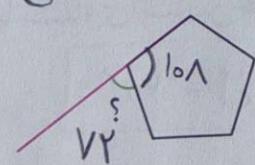


۱- (الف) مانند نمونه در هر یک از مثلث‌های زیر، زاویه خارجی هر سه رأس را رسم کنید و

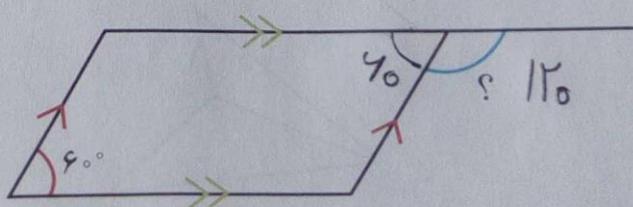
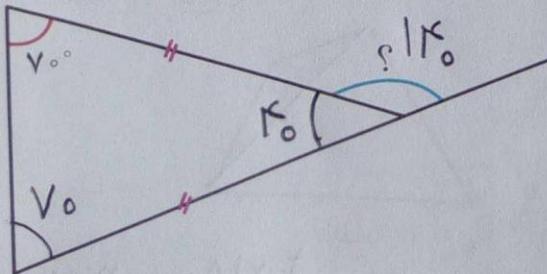
اندازه هر کدام را بنویسید.



۲- مجموع زاویه‌های خارجی هر یک از مثلث‌های را پیدا کنید. چه رابطه‌ای میان آنها دیده می‌شود؟
۳- چند ضلعی‌های زیر منتظم‌اند. اندازه زاویه‌های خواسته شده را پیدا کنید. همه آن‌ها هم می‌شود



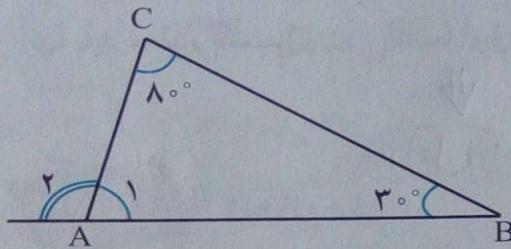
۳- با توجه به شکل، اندازه زاویه خواسته شده را پیدا کنید.



فعالیت

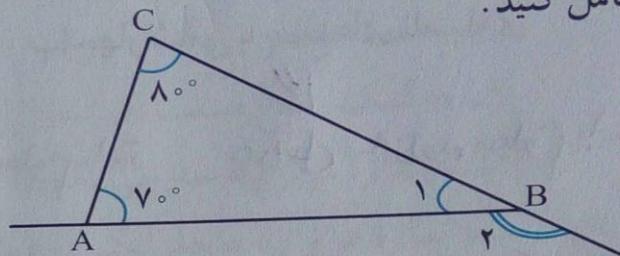


هدی برای یافتن زاویه خارجی یکی از رأس‌های مثلث به ترتیب زیر عمل کرد. راه حل و را کامل کنید.



$$\hat{A}_1 = 180^\circ - (30^\circ + 80^\circ) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\hat{A}_2 = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

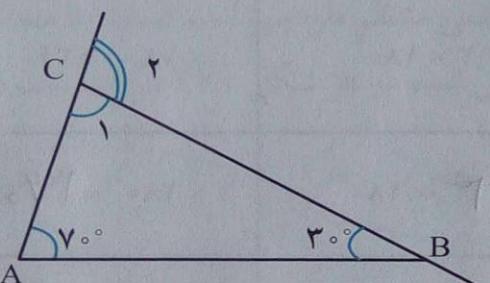


$$\hat{B}_1 = 180^\circ - (70^\circ + 80^\circ) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$\hat{B}_2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

او رابطه جالبی را مشاهده کرد. آیا می‌توانید حدس بزنید چه رابطه‌ای؟

هدی با خودش فکر کرد: «آیا هر زاویه خارجی مثلث برابر با مجموع دو زاویه داخلی دیگر آن مثلث است؟» با یک مثال دیگر حدس خود را بررسی کرد.

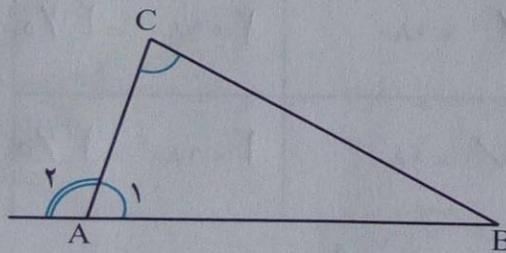


$$\hat{C}_1 = 180^\circ - (70^\circ + 30^\circ) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\hat{C}_2 = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

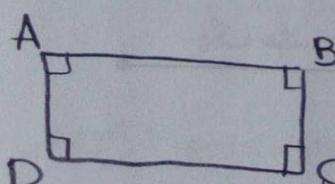
این آزمایش نیز حدس او را تأیید کرد. آیا حدس زدن و آزمایش کردن کافی است؟ چرا؟ **خیر**
یکی از دوستان هدی راه حل او را به صورت کلی و بدون درنظر گرفتن مثال نوشت تا به این

ترتیب، درستی حدس او را اثبات کند.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$$

بنابراین در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن است.



کار در کلاس



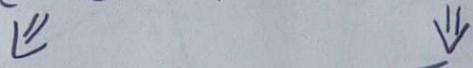
۱-

مثالی بیاورید که نشان دهد جمله زیر، نادرست است.

«هر زاویه خارجی یک چهارضلعی، برابر مجموع سه زاویه داخلی دیگر آن است.»

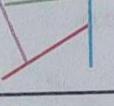
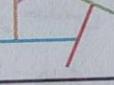
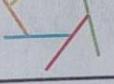
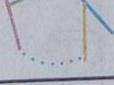
در مستطیل هر زاویه 90° است ولی مجموع سه زاویه دیگر 270° می‌شود.

۲- اندازه دو زاویه یک مثلث را می‌دانیم؛ پس می‌توانیم اندازه زاویه سوم آن را پیدا کنیم.
 (چگونه؟) آن دو زاویه را جمع $\underline{\text{می‌کنیم}}$ و حاصل را از 180° کم $\underline{\text{می‌کنیم}}$
 برای اینکه بتوانیم اندازه همه زاویه‌های هر یک از شکل‌های زیر را پیدا کنیم، دست کم چندتا
 از آنها باید معلوم باشند؟ الف) لوزی ب) چهارضلعی با ضلع‌های نامساوی


 حداصل یک زاویه معلوم باشد حداصل سه زاویه معلوم باشد فعالیت

سطر اول جدول زیر، نشان می‌دهد که مجموع زاویه‌های خارجی یک مثلث برابر 360° است.



تعداد ضلع‌ها	شکل	مجموع زاویه‌های داخلی	مجموع زاویه‌های داخلی و خارجی	مجموع زاویه‌های خارجی
۳		$1 \times 180^\circ$	$3 \times 180^\circ$	$3 \times 180^\circ = 360^\circ$
۴		$2 \times 180^\circ$	$4 \times 180^\circ$	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$
۵		$3 \times 180^\circ$	$5 \times 180^\circ$	$3 \times 180^\circ = 360^\circ$
۶		$4 \times 180^\circ$	$6 \times 180^\circ$	$4 \times 180^\circ = 360^\circ$
n		$n \times 180^\circ$	$(n+2) \times 180^\circ$	$(n+2) \times 180^\circ = 360^\circ$

- الف) جدول را کامل کنید و مجموع زاویه‌های خارجی شکل‌های بعدی را به دست آورید.
 ب) فکر می‌کنید مجموع زاویه‌های خارجی یک هفت‌ضلعی چند درجه است؟ 360°
 یک هشت‌ضلعی چطور؟ 360°

کار در کلاس



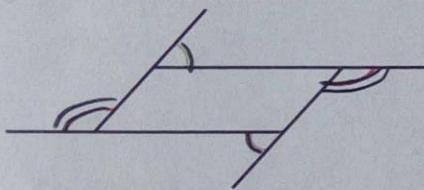
۱- مجموع زاویه‌های خارجی چندضلعی‌های زیر را حساب کنید.

الف) هشت ضلعی 340° ب) ده ضلعی منتظم

۲- به کمک پاسخ قسمت (ب) سؤال قبل،
الف) اندازه هر زاویه خارجی یک ده ضلعی منتظم را پیدا کنید.

ب) اندازه هر زاویه داخلی یک ده ضلعی منتظم را پیدا کنید.
 $180^\circ - 34^\circ = 144^\circ$ هر زاویه داخلی

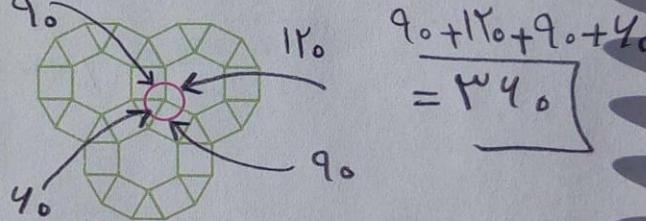
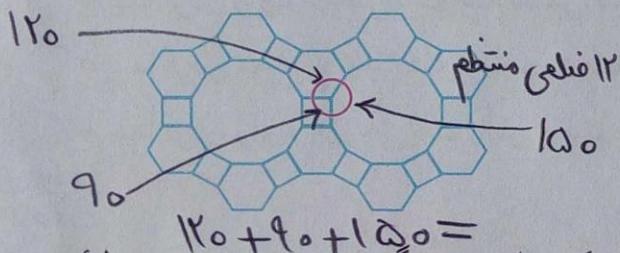
تمرین



۱- زاویه‌های خارجی یک متوازی الاضلاع
در شکل نشان داده شده‌اند.

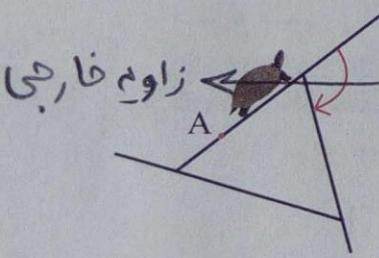
زاویه‌های مساوی را با علامت گذاری مشخص کنید.

۲- هر یک از طرح‌های زیر با استفاده از سه نوع کاشی منتظم طراحی شده است. با محاسبه زاویه‌های داخلی هر کاشی منتظم، نشان دهد زاویه مشخص شده در هر شکل 36° درجه است.



$$90 + 120 + 90 + 45^\circ = 345^\circ$$

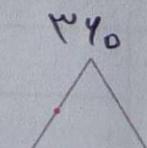
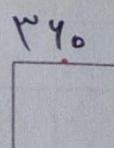
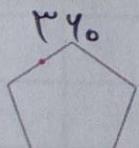
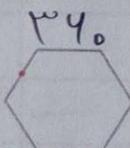
۳- لاک پشتی روی لبه با گچه‌ای حرکت می‌کند. او در هر گوشه می‌چرخد و روی لبه بعدی قرار می‌گیرد.



الف) این لاک پشت در هر گوشه به اندازه زاویه داخلی می‌چرخد یا زاویه خارجی؟
ب) او حرکتش را از نقطه A شروع کرده است.

تا وقتی دوباره به A برگردد، روی هم چند درجه می‌چرخد؟ 340° درجه

ج) این لاک پشت برای پیمودن محیط هر یک از با گچه‌های منتظم زیر با شروع از نقطه مشخص شده چند درجه می‌چرخد؟



د) در پاسخ قسمت قبل، چه الگویی را مشاهده می‌کنید؟ توضیح دهید. مجموع زاویه‌های خارجی در

چندضلعی‌های منتظم 340° است.

مرور فصل ۳

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را توصیف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

- چندضلعی محدب
- چندضلعی مقعر
- مرکز تقارن
- چندضلعی منتظم
- زاویه داخلی
- زاویه خارجی

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. هر کدام را با یک مثال توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

- بررسی مرکز تقارن یک شکل
- پیدا کردن زاویه‌های مساوی و مکمل در خط‌های موازی و مورب
- تعریف متوازی‌الاضلاع
- تعریف مستطیل
- تعریف لوزی
- رابطه چهارضلعی‌ها
- خاصیت‌های چهارضلعی‌ها
- پیدا کردن مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی
- پیدا کردن زاویه داخلی یک چندضلعی منتظم
- پیدا کردن مجموع زاویه‌های خارجی یک چندضلعی
- پیدا کردن زاویه خارجی یک رأس مثلث

کاربرد

این درس به شما در درک بهتر شکل‌های هندسی و رابطه بین آنها کمک می‌کند. ما در انواع صنایع دستی و آثار معماری کشور خود شکل‌های مختلف هندسی را می‌توانیم بینیم.

تمرین‌های ترکیبی

۱- هر خانه جدول زیر را با علامت یا کامل کنید.

قطرها برابر	قطرها منصف	زاویه‌های رو به رو برابر	ضلع‌های رو به رو موازی	ضلع‌های رو به رو برابر	متوازی‌الاضلاع
					مستطیل
					لوزی
					مربع

۲- اندازه زاویه‌های داخلی و خارجی یک هشت‌ضلعی منتظم را پیدا کنید.